

das Letztere falsch, das Erstere richtig ist. Ein Uebelstand bei Schröders Vorschläge ist ferner, dass er noch ein Zeichen der Verneinung nöthig macht.

Es würde zu weit führen, wenn ich auf alle einzelnen Ausstellungen Schröders antworten wollte. Es mag zunächst genügen, seine falsche Auffassung des Zwecks der Begriffsschrift berichtigt und damit die Untriftigkeit wenigstens eines Theiles seiner tadelnden Bemerkungen gezeigt zu haben. Hätte er versucht, einige Formeln des dritten Abschnittes meiner Schrift und die, welche ich vor einiger Zeit die Ehre hatte Ihnen vorzuführen, in die, wie er sagt, bessere Schreibweise zu übertragen, so hätte er an der Schwierigkeit dieses Unternehmens die Irrigkeit seiner Auffassung erkannt.

Immerhin bin ich ihm für die Besprechung meiner Schrift dankbar.

[48]

Ueber die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift.*

In den abstracteren Theilen der Wissenschaft macht sich immer auf's Neue der Mangel eines Mittels fühlbar, Mißverständnisse bei Andern und zugleich Fehler im eignen Denken zu vermeiden. Beide haben ihre Ursache in der Unvollkommenheit der Sprache. Denn der sinnlichen Zeichen bedürfen wir nun einmal zum Denken. Unsere Aufmerksamkeit ist von Natur nach außen gerichtet. Die Sinnesindrücke überragen die Erinnerungsbilder an Lebhaftigkeit so sehr, daß sie den Verlauf unserer Vorstellungen zunächst wie bei den Thieren fast allein bestimmen. Und dieser Abhängigkeit würden wir auch kaum entrinnen können, wenn nicht die Außenwelt auch einigermaßen von uns abhängig wäre. Schon die meisten Thiere haben durch die Fähigkeit der Ortsveränderung einen Einfluß auf ihre Sinnesindrücke: sie können die einen fliehen, die andern suchen. Und

* Siehe Textkritische Bemerkungen. Anm. des Hrgs.

daß nicht allein: sie können auch umgestaltend auf die Dinge wirken. Diese Fähigkeit hat nun der Mensch in bei weitem größerem Maße. Dennoch würde unser Vorstellungsverlauf auch dadurch noch nicht die volle Freiheit gewinnen; er würde auf das beschränkt seyn, was unsere Hand gestalten, unsere Stimme zu tönen vermag, ohne die große Erfindung der Zeichen, die uns gegenwärtig machen, was abwesend, unsichtbar, vielleicht unsinnlich ist. Ich leugne nicht, daß auch ohne Zeichen die Wahrnehmung eines Dinges einen Kreis von Erinnerungsbildern um sich sammeln kann. Aber wir können diesen nicht weiter nachgehen: eine neue Wahrnehmung läßt diese Bilder in Nacht versinken und andere auftauchen. Wenn wir aber das Zeichen einer Vorstellung hervorbringen, an die wir durch eine Wahrnehmung erinnert werden, so schaffen wir damit einen neuen festen Mittelpunkt, um den sich Vorstellungen sammeln. Von diesen wählen wir wiederum eine aus, um ihr Zeichen hervorzubringen. So dringen wir Schritt für Schritt in die innere Welt unserer Vorstellungen ein und bewegen uns darin nach Belieben, indem wir das Sinnliche selbst benutzen, um uns von seinem Zwange zu befreien. Die Zeichen sind für das Denken von derselben Bedeutung wie für die Schifffahrt die Erfindung, den Wind zu gebrauchen, um gegen den Wind zu segeln. Deshalb verachte niemand die Zeichen! von ihrer zweckmäßigen Wahl hängt nicht wenig ab. Ihr Werth wird auch dadurch nicht vermindert, daß wir nach langer Uebung nicht mehr nöthig haben, das Zeichen wirklich hervorzubringen, daß wir nicht mehr laut zu sprechen brauchen, um zu denken; denn in Worten denken wir trotzdem und, wenn nicht in Worten, doch in mathematischen oder andern Zeichen.

Wir würden uns ohne Zeichen auch schwerlich zum begrifflichen Denken erheben. Indem wir nämlich verschiedenen aber ähnlichen Dingen dasselbe Zeichen geben, bezeichnen wir eigentlich nicht mehr das einzelne Ding, sondern das ihnen Gemeinsame, den Begriff. Und diesen gewinnen wir erst dadurch, daß wir ihn bezeichnen; denn da er an sich unanschaulich ist, bedarf er

eines anschaulichen Vertreters, um uns erscheinen zu können. So erschließt uns das Sinnliche die Welt des Unsinnslichen.

Hiermit sind die Verdienste der Zeichen nicht erschöpft. Es mag indessen genügen, ihre Unentbehrlichkeit darzuthun. Die Sprache aber erweist sich als mangelhaft, wenn es sich darum handelt, das Denken vor Fehlern zu bewahren. Sie genügt schon der ersten Anforderung nicht, die man in dieser Hinsicht an sie stellen muß, der, eindeutig zu seyn. Am gefährlichsten sind die Fälle, in denen die Bedeutungen des Wortes nur wenig verschieden sind, die leisen und doch nicht gleichgiltigen Schwankungen. Von vielen Beispielen mag nur eine durchgehende Erscheinung hier erwähnt werden: dasselbe Wort dient zur Bezeichnung eines Begriffes und eines einzelnen unter diesen fallenden Gegenstandes. Ueberhaupt ist kein Unterschied zwischen Begriff und Einzelem ausgeprägt. „Das Pferd“ kann ein Einzelwesen, es kann auch die Art bezeichnen, wie in dem Satze: „das Pferd ist ein pflanzenfressendes Thier“. Pferd kann endlich einen Begriff bedeuten wie in dem Satze: „dies ist ein Pferd“. Die Sprache ist nicht in der Weise durch logische Gesetze beherrscht, daß die Befolgung der Grammatik schon die formale Richtigkeit der Gedankenbewegung verbürgte. Die Formen, in denen das Folgern ausgedrückt wird, sind so vielfältige, so lose und dehnbare, daß sich leicht Voraussetzungen unbemerkt durchschleichen können, die dann bei der Aufzählung der nothwendigen Bedingungen für die Gültigkeit des Schlusssatzes übergangen werden. Dieser erhält so eine größere Allgemeinheit als ihm von Rechts wegen zukommt. Selbst ein so gewissenhafter und strenger Schriftsteller wie Euklid macht vielfach stillschweigend von Voraussetzungen Gebrauch, die er weder unter seinen Grundsätzen noch unter den Voraussetzungen des besondern Satzes auführt. So benutzt er im Beweise des 19. Satzes des ersten Buches der Elemente (in jedem Dreiecke liegt dem größern Winkel die größere Seite gegenüber) stillschweigend die Sätze:

- 1) Wenn eine Strecke nicht größer als eine andere ist, so ist sie gleich dieser oder kleiner als diese.

2) Wenn ein Winkel gleich einem andern ist, so ist er nicht größer als dieser.

3) Wenn ein Winkel kleiner als ein anderer ist, so ist er nicht größer als dieser.

Der Leser wird indessen das Ueberspringen dieser Sätze nur bei besonderer Aufmerksamkeit gewahr, zumal weil sie den Denkgesetzen selbst an Ursprünglichkeit so nahe zu kommen scheinen, daß sie wie jene selbst gebraucht werden. Ein streng abgegrenzter Kreis von Formen des Schließens ist in der Sprache eben nicht vorhanden, sodaß ein lückenloser Fortgang an der sprachlichen Form von einem Ueberspringen von Zwischengliedern nicht zu unterscheiden ist. Man kann sogar sagen, daß Ersterer in der Sprache fast nicht vorkommt, daß er dem Sprachgeföhle widerstrebt, weil er mit einer unerträglichen Weitschweifigkeit verbunden wäre. Die logischen Verhältnisse werden durch die Sprache fast immer nur angedeutet, dem Errathen überlassen, nicht eigentlich ausgedrückt.

Das geschriebene hat vor dem gesprochenen Worte nur die Dauer voraus. Man kann einen Gedankengang mehrmals überblicken, ohne eine Veränderung befürchten zu müssen, und ihn so gründlicher auf seine Bündigkeit prüfen. Die Regeln der Logik werden hierbei wie eine Richtschnur äußerlich angelegt, da in dem Wesen der Wortschrift selbst keine genügende Gewähr liegt. Aber auch so entgehen leicht Fehler dem Auge des Prüfenden, besonders solche, die aus leichten Verschiedenheiten der Bedeutung eines Wortes entspringen. Daß wir trotzdem im Leben wie in der Wissenschaft noch so leidlich uns zurecht finden, verdanken wir den mannichfachen Mitteln der Nachprüfung, die uns meistens zu Gebote stehen. Die Erfahrung, die räumliche Anschauung bewahren uns vor vielen Fehlern. Die logischen Regeln gewähren hingegen wenig Schutz, wie Beispiele aus solchen Gebieten zeigen, in denen die Mittel der Nachprüfung zu versagen anfangen. Diese Regeln haben auch große Philosophen nicht vor Irrthümern bewahrt, und ebenso wenig haben

sie die höhere Mathematik von Fehlern immer frei gehalten, weil sie dem Inhalte stets äußerlich bleiben.

Die hervorgehobenen Mängel haben ihren Grund in einer gewissen Weichheit und Veränderlichkeit der Sprache, die andererseits Bedingung ihrer Entwicklungsfähigkeit und vielseitigen Tauglichkeit ist. Die Sprache kann in dieser Hinsicht mit der Hand verglichen werden, die uns trotz ihrer Fähigkeit, sich den verschiedensten Aufgaben anzupassen, nicht genügt. Wir schaffen uns künstliche Hände, Werkzeuge für besondere Zwecke, die so genau arbeiten, wie die Hand es nicht vermöchte. Und wodurch wird diese Genauigkeit möglich? Durch eben die Starrheit, die Unveränderlichkeit der Theile, deren Mangel die Hand so vielseitig geschickt macht. So genügt auch die Wortsprache nicht. Wir bedürfen eines Ganzen von Zeichen, aus dem jede Vieldeutigkeit verbannt ist, dessen strenger logischer Form der Inhalt nicht entschlüpfen kann.

Es fragt sich nun, ob die Zeichen für's Ohr oder die für's Auge den Vorzug verdienen. Die Ersteren bieten zunächst den Vortheil, daß man bei ihrer Hervorbringung von äußern Umständen unabhängiger ist. Dann kann besonders die nähere Verwandtschaft der Klänge zu den innern Vorgängen geltend gemacht werden. Schon die Form des Erscheinens ist für beide die zeitliche Folge; beide sind gleich vergänglich. Insbesondere zum Gemüthsleben haben die Töne eine innigere Beziehung als Gestalten und Farben; und die menschliche Stimme in ihrer unendlichen Biegsamkeit vermag auch den feinsten Mischungen und Abwandlungen der Gefühle gerecht zu werden. Aber wie werthvoll diese Vorzüge auch für andere Zwecke seyn mögen, für die Strenge der Schlußfolgerungen sind sie ohne Bedeutung. Dies enge Anschmiegen der hörbaren Zeichen an die leiblichen und seelischen Bedingungen der Vernunft hat vielleicht gerade den Nachtheil, diese von jenen abhängiger zu erhalten.

Ganz anders ist das Sichtbare, sind besonders die Gestalten beschaffen. Sie sind im Allgemeinen scharf begrenzt und deutlich unterschieden. Diese Bestimmtheit des geschriebenen

Zeichens wird dahin führen, auch das Bezeichnete schärfer auszuprägen. Und grade solche Wirkung auf die Vorstellungen muß für die Strenge des Schließens erwünscht seyn. Sie kann aber nur erzielt werden, wenn das Zeichen unmittelbar die Sache bedeutet.

Ein weiterer Vorzug des Geschriebenen ist die größere Dauer und Unveränderlichkeit. Auch hierin ist es dem Begriffe ähnlich, wie er seyn soll, um so unähnlicher freilich dem rastlosen Fließen unserer wirklichen Gedankenbewegung. Die Schrift bietet die Möglichkeit Vieles gleichzeitig gegenwärtig zu halten, und wenn wir auch nur einen kleinen Theil davon in jedem Augenblicke in's Auge fassen können, so behalten wir doch einen allgemeinen Eindruck auch vom Uebrigen, und dieses steht, wann wir es brauchen, sofort zu unserer Verfügung. Die Lagenverhältnisse der Schriftzeichen auf der zweifach ausgedehnten Schreibfläche können in weit mannichfacherer Weise zum Ausdruck innerer Beziehungen verwendet werden als das bloße Folgen und Vorhergehen in der einfach ausgedehnten Zeit, und dies erleichtert die Auffindung dessen, worauf wir unsere Aufmerksamkeit gerade richten wollen. In der That entspricht ja auch die einfache Reihung in keiner Weise der Mannichfaltigkeit der logischen Beziehungen, durch welche die Gedanken unter einander verknüpft sind.

So sind grade die Eigenschaften, durch welche sich die Schrift von dem Vorstellungsverlaufe weiter entfernt, am meisten geeignet, gewissen Mängeln unserer Anlage abzuhelpen. Wenn es sich nicht darum handelt, das natürliche Denken darzustellen, wie es sich in Wechselwirkung mit der Wortsprache gestaltet hat, sondern dessen Einseitigkeiten zu ergänzen, die sich aus dem engen Anschluß an den einen Sinn des Gehörs ergeben haben, so wird demnach die Schrift dem Laute vorzuziehen seyn. Eine solche Schrift muß, um die eigenthümlichen Vorzüge sichtbarer Zeichen auszunutzen, von allen Wortsprachen gänzlich verschieden seyn. Daß diese Vorzüge in der Wortschrift fast gar nicht zur Geltung kommen, bedarf kaum der Erwähnung. Die gegen-

seitige Lage der Wörter auf der Schreibfläche hängt zum großen Theile von der Länge der Zeilen ab und ist insofern bedeutungslos. Es giebt aber schon andere Arten der Schrift, die jene Vortheile besser ausnützen. Die arithmetische Formelsprache ist eine Begriffsschrift, da sie ohne Vermittelung des Lautes unmittelbar die Sache ausdrückt. Als solche erreicht sie die Kürze, welche den Inhalt eines einfachen Urtheils in einer Zeile unterzubringen gestattet. Solche Inhalte — hier Gleichungen oder Ungleichungen — werden so, wie sie aus einander folgen, unter einander geschrieben. Wenn aus zweien ein dritter folgt, trennt man den dritten durch einen horizontalen Strich, der mit „folglich“ übersetzt werden kann, von den beiden ersten. In dieser Weise wird die zweifache Ausdehnung der Schreibfläche für die Uebersichtlichkeit verwerthet. Das Folgern ist hier sehr einförmig und beruht fast immer darauf, daß gleiche Veränderungen mit gleichen Zahlen vorgenommen auf gleiche Ergebnisse führen. Dies ist nun freilich durchaus nicht die einzige Weise des Schließens in der Arithmetik. Aber, wenn der logische Fortgang anders geschieht, wird es meistens nöthig seyn, ihn durch Worte auszudrücken. Es fehlen demnach der arithmetischen Formelsprache Ausdrücke für logische Verknüpfungen; und deshalb verdient sie den Namen einer Begriffsschrift nicht im vollen Sinne. Grade umgekehrt ist es bei der von Leibniz*) herrührenden Bezeichnungsweise logischer Beziehungen, die in neuerer Zeit von Boole, R. Grassmann, St. Jevons, G. Schröder und Andern erneuert ist. Hier hat man zwar die logischen Formen obwohl nicht ganz vollständig; es fehlt aber der Inhalt. Jeder Versuch, hier an die Stelle der einfachen Buchstaben Ausdrücke von Inhalten, etwa analytische Gleichungen zu setzen, würde durch die Unübersichtlichkeit, Schwerfälligkeit, ja Vieldeutigkeit der entstehenden Formeln zeigen, wie wenig geeignet diese Bezeichnungsweise zur Bildung einer wahren Begriffsschrift ist. Von einer solchen möchte ich

*) Non inelegans specimen demonstrandi in abstractis. Erdm. S. 94.

Folgendes verlangen. Sie muß für die logischen Beziehungen einfache Ausdrucksweisen haben, die, an Zahl auf das Nothwendige beschränkt, leicht und sicher zu beherrschen sind. Diese Formen müssen geeignet seyn, sich mit einem Inhalte auf das Innigste zu verbinden. Dabei muß solche Kürze erstrebt werden, daß die zweifache Ausdehnung der Schreibfläche für die Uebersichtlichkeit der Darstellung gut ausgenutzt werden kann. Die Zeichen von inhaltlicher Bedeutung sind weniger wesentlich. Wenn die allgemeinen Formen einmal vorhanden sind, können jene leicht nach Bedürfnis geschaffen werden. Wenn es nicht gelingt oder nicht nöthig erscheint, einen Begriff in seine letzten Bestandtheile zu zerlegen, kann man sich mit vorläufigen Zeichen begnügen.

Man macht sich leicht unnöthige Sorgen über die Ausführbarkeit der Sache. Unmöglich, sagt man, kann durch eine Begriffsschrift die Wissenschaft gefördert werden; denn die Erfindung der Ersteren setzt die Vollendung der Letzteren schon voraus. Ganz dieselbe Scheinschwierigkeit erhebt sich schon bei der Sprache. Diese soll die Entwicklung der Vernunft möglich gemacht haben; aber wie konnte der Mensch die Sprache schaffen ohne Vernunft? Zur Erforschung der Naturgesetze dienen die physikalischen Apparate; diese können nur durch eine fortgeschrittene Technik hervorgebracht werden, welche wieder auf der Kenntniß der Naturgesetze fußt. Der Kreis löst sich in allen Fällen auf dieselbe Weise. Ein Fortschritt in der Physik hat einen solchen in der Technik zur Folge, und dieser macht es möglich neue Apparate zu bauen, mittelst deren wieder die Physik gefördert wird. Die Anwendung auf unsern Fall ergibt sich von selbst.

Ich habe nun versucht*) die mathematische Formelsprache durch Zeichen für die logischen Verhältnisse zu ergänzen, sodaß daraus zunächst für das Gebiet der Mathematik eine Begriffsschrift hervorgehe, wie ich sie als wünschenswerth dargestellt

*) Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens. Halle a. S., 1879.

habe. Die Verwendung meiner Zeichen auf andern Gebieten wird dadurch nicht ausgeschlossen. Die logischen Verhältnisse kehren überall wieder, und die Zeichen für die besondern Inhalte können so gewählt werden, daß sie sich in den Rahmen der Begriffsschrift einfügen. Mag dies nun geschehen oder nicht, jedenfalls hat eine anschauliche Darstellung der Denkformen eine über die Mathematik hinausreichende Bedeutung. Möchten deshalb auch Philosophen der Sache einige Beachtung schenken!
